Divers | Chapitre 1 | TD (D1)

Exercice n°1 • Vitesse d'une chute libre *cours*

Depuis un balcon à $h = 5,0$ m de haut, on lâche une balle sans vitesse initiale. On néglige les frottements de l'air.

1) Déterminer, à une constante adimensionnée près, sa vitesse au niveau du sol. Cette dernière dépend a priori uniquement de la hauteur h, la masse $M = 500$ g de la balle et de la pesanteur $g = 9,81$ m·s^{-2}.

2) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique tout au long de la chute, déterminer la vitesse au niveau du sol et faire l'application numérique.

Exercice n°2 • Trajectoire circulaire ★☆☆

On considère un objet de masse M qui suit une orbite circulaire de rayon R. C'est par exemple le cas d'une planète autour du soleil, d'un électron autour d'un noyau atomique, d'une voiture dans un rond point... On note a la norme du vecteur accélération et v la norme du vecteur vitesse. Déterminer, à une constante adimensionnée près, l'expression de a en fonction de v, M et R.

Exercice n°3 • Rendement de la charge d'un condensateur ★⯪☆

On considère un circuit électrique composé de résistances R, d'un condensateur C et alimenté par un générateur qui délivre une tension électrique E. Le circuit n'est pas nécessairement composé d'une seule résistance et peut éventuellement être très complexe.

On rappelle les relations entre la tension u et l'intensité i pour une résistance et pour un condensateur :

$$u = R\,i \qquad\qquad i = C\,\frac{du}{dt}$$

On définit la rendement η de la charge du condensateur comme étant le rapport entre l'énergie stockée parla condensateur dans l'état final et l'énergie fournie par le générateur au cours de l'expérience.

Déterminer, à une constante adimensionnée près, l'expression de η en fonction de R, C et E. Conclure.

Exercice n°4 • Période d'un pendule ★★☆

On considère un pendule simple : il s'agit d'une masse M accrochée à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur L et de masse négligeable. Lorsque le pendule est écarté de sa position d'équilibre (l'axe vertical) sans vitesse initiale, il se met à osciller avec une période T. On néglige les frottements de l'air.

1) Déterminer, à une constante adimensionnée près, l'expression de la période d'oscillation T. On suppose que cette dernière dépend uniquement de L, la masse M et de la pesanteur g.

2) En réalité, la période T peut également dépendre de l'angle initial θ_0 que fait le pendule avec l'axe vertical. Comment est modifié le résultat précédent ?

Exercice n°5 • Puissance d'une bombe nucléaire ★★★

Selon la légende, l'analyse dimensionnelle a permis à Geoffrey Ingram Taylor (physicien anglais) d'estimer en 1950 l'énergie qu'avait dégagée l'explosion d'une bombe atomique, alors que cette information était classée top secret. Il a pour cela observé un film d'explosion nucléaire au Nouveau Mexique que les militaires américains avaient rendu public en 1949. Son calcul était suffisamment précis pour lui valoir une réprimande de l'armée, les États-Unis étant en pleine guerre froide !

Pour ce faire, Taylor suppose que le processus d'expansion du champignon atomique dépend uniquement des paramètres suivants

- le temps t ;
- l'énergie $\mathcal{E}$ dégagée par l'explosion ;
- la masse volumique de l'air $\rho = 1,2$ kg·m^{-3}.

1) Déterminer par analyse dimensionnelle l'expression de l'énergie dégagée $\mathcal{E}$ en fonction de t, ρ et du rayon R de la sphère de gaz.

2) En mesurant le diamètre du nuage sur la photo réalisée après 15 ms, faire l'application numérique.

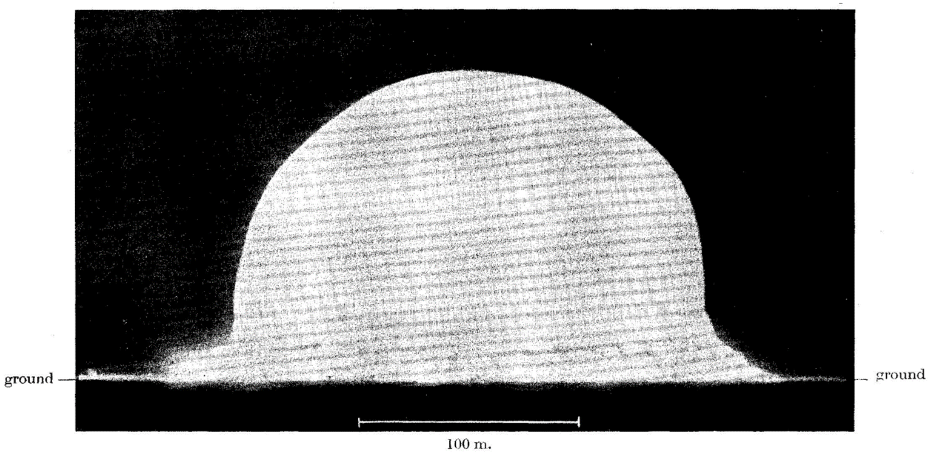

FIGURE 7. The ball of fire at $t = 15$ msec., showing the sharpness of its edge.

3) À l'aide des mesures du rayon du nuage en fonction du temps, vérifier la dépendance des paramètres t et R.

Temps (ms)	Rayon (m)
0,1	11,1
0,2	19,9
0,4	25,4
0,5	28,8
0,7	31,1
0,8	34,2
0,9	36,3
1,1	38,9
1,2	41,0
1,4	42,8
1,5	44,4
1,7	46,0
1,8	46,9

Temps (ms)	Rayon (m)
1,9	48,7
3,3	59,0
3,5	61,1
3,8	62,9
4,1	64,3
4,3	65,6
4,6	67,3
15,0	106,5
25,0	130,0
34,0	145,0
53,0	175,0
62,0	185,0

Éléments de correction

❶ 1) $v \propto \sqrt{gh}$. 2) $v = \sqrt{2gh} = 9,9$ m·s^{-1}. ❷ $a \propto v^2/R$ ❸ $\eta \propto 1$ ❹ 1) $T \propto \sqrt{L/g}$. 2) $T = f(\theta_0) \cdot \sqrt{L/g}$. ❺ 1) $\mathcal{E} \propto \rho R^5/t^2$. 2) $\mathcal{E} \simeq 7 \cdot 10^{13}$ J. 3) Tracer $\rho R^5/t^2$ en fonction de t.